乌鲁木齐地区 2022 年高三年级第一次质量监测

理科数学（问卷）

（卷面分值：150 分；考试时间：120 分钟）

注意事项：

1. 本卷分为问卷（4 页），答案务必书写在答卷（或答题卡）的制定位置上；
2. 答卷前，先将答卷密封线内（或答题卡中的相关信息）填写清楚；

第 I 卷（选择题共 60 分）

一. 选择题　本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{x \mid -3<x<1\}, B=\left\{x \mid x^2-4<0\right\}$, 则 $A \cap B=$ ....(　　)

A. $(-2,0)$　　B. $(-2,1)$　　C. $\{-1,0\}$　　D. $\{-2,-1,0\}$

2. 已知复数 $z=1+\mathrm{i}, \bar{z}$ 为 z 的共轭复数, 则 $1-\bar{z}=$ ....(　　)

A. i　　B. $-\mathrm{i}$　　C. $2-\mathrm{i}$　　D. $2+\mathrm{i}$

3. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+a_4=4, a_4+a_{10}=8$, 则 $S_4=$ ....(　　)

A. 6　　B. $\frac{13}{2}$　　C. 7　　D. 10

4. 设 m, n 是两条不同的直线, α, β 是两个不重合的平面, 则下列命题正确的是 .(　　)

A. 若 $m \perp n, n \subset \alpha$, 则 $m \perp \alpha$

B. 若 $m \perp \alpha, m \subset \beta$, 则 $\alpha \perp \beta$

C. 若 $m \perp \alpha, n \perp \alpha$, 则 $m \perp n$

D. 若 $m \subset \alpha, n \subset \beta, \alpha // \beta$, 则 $m // n$

5. 若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} y-1\le 0, \\ x-y-1\le 0, \\ 2x+y\ge 0, \end{cases}$ 则 $z=x+y$ 的最大值为 .( )

A. $-\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. 3　　D. 4

6. 下列函数中是偶函数且在区间 $(0,+\infty)$ 上是增函数的是 ....( )

A. $f(x)=x|x|$　　B. $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$

C. $f(x)=x-\frac{1}{x}$　　D. $f(x)=-x^4+x^2+2$

7. 已知角 α 的顶点在坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边经过点 $P(\cos 75^\circ-\sin 75^\circ,\cos 75^\circ+\sin 75^\circ)$, 则 $\tan\alpha=$ ....( )

A. $-\sqrt{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\sqrt{3}$

8. 与圆 $x^2+y^2=1$ 及圆 $x^2+y^2-6x+5=0$ 都外切的圆的圆心在 ......( )

A. 一个圆上　　B. 一个椭圆上

C. 一条抛物线上　　D. 双曲线的一支上

9. 已知数列 $\{na_n\}$ 为等比数列, 且 $a_2=1,a_4=2$, 则 $a_n=$ ....( )

A. 8　　B. ±8　　C. 16　　D. ±16

10. 国际数学教育大会 (International Congress on Mathematical Education，简称 ICME ）每四年召开一次，是全球数学教育界水水平最高，规模最大的学术会议。2015 年 6 月 6 日际数学教育委员会正式宣布, 在中国上海、美国檀香山和澳大利亚悉尼三个竞标城市中，中国上海赢得 2020 年第 14 届国际数学教育大会的主办权. 后因疫情原因大会延于 2021 年 7 月在上海华东师范大学举办, 这是大会首次在中国举办. 大公会标设计的基本思想来自🄵国古代的”河图”洛书一般认为是中华文明之始.《易经系辞》日: ”河出图, 洛出书, 圣人🄵则之.”后世的太极、八卦。风水等皆可追源至此. 河图与洛包含了数的奇偶分类、”等差”，”等和”的排列、幻等数学内容，本质上是古人对数与数学的朴素认识。这个会标你看懂了么？请从以下陈述中选出你认为正确的表述.

(1) 会标中位于中心的弦图是三国时期的数学家赵爽给出的勾股定理的一个绝妙证朋，现在是中国数学会的数标, 也代表会议主办方中国数🄵会.

(2) 弦图外的圆🄵表示河图中的带十个点的圈. 但会标只突出画了南方 (上方) 的周数 2 和阳数 7 的点列。寓意着本届大会的届数.

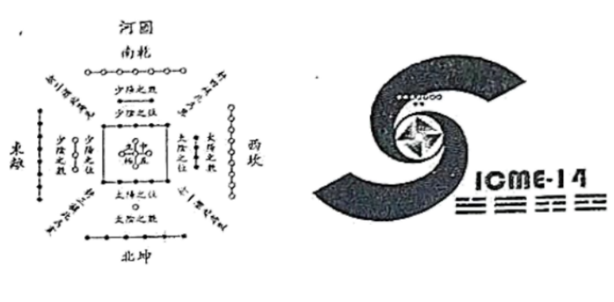
(3) 主画面右下方标明”ICME-14”, 它下方的“卦”是用中国古代八进制的计数符多写出的八进制数字 3745, 换算成 10 进制就是 2021，表示开会的年份。

(5) 从四个“卦”中也可以读出二进制码：(0)11111100101. 换算成 10 进制就是 2020，表示预计开会的年份。

(6) 主画面是“S”型，表示会议举办地在上海 (Shanghai) , 并呈向前的动感。表示中国张开双臂，🄵迎来自世界各地的与会者, 也代表中国向世界开放的姿态. 以上陈述中你认为正确的标书的个数是

(　　)

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5



第 10 题

11. 计算 $5^{\lg 6}\times 6^{\lg 2}=$ (　) ....(　　)

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6

12. 已知 F 为抛物线 $y^2=2px$ 的焦点, 过 F 的直线 l 与抛物线交于 A,B 两点, 以 AF、BF 为直径的圆分别与 x 轴交于异于 F 的 M,N 两点, 且 $\overrightarrow{MF}=2\overrightarrow{FN}$, 则直线 l 的斜率为 ……………………………………………………( )

A. $\frac{1}{3}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. $\pm\frac{1}{3}$　　D. $\pm 2\sqrt{2}$

第 II 卷（非选择题共 90 分）

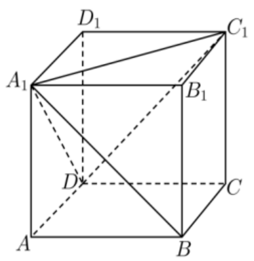
本卷包括必须提和选考题两部分，第 13 题 第 21 题为必考题，每个试题考生必须作答，第 22 题 第 23 题为选考题，考生根据要求作答。

二. 填空题　本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

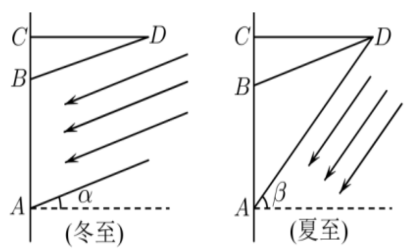
13. 某校课后服务开展社团活动, 甲、乙、丙三个同学独立地从乒乓球、篮球、足球、排球 4 个社团中任选一个社闭参加, 则甲、乙、丙三个同学所选社团互不相同的概率为 ___ .

14. 已知向量 $\vec{a},\vec{b}$, 其中 $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=2$, 且 $(\vec{a}-2\vec{b})\perp(3\vec{a}+\vec{b})$, 则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角等于 ___ .

15. 如图, 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 直线 A_1B 和平面 A_1DC_1 所成角的正弦值是 ___ .



15 题图



16 题图

16. 16. 我国地处北半球，房屋的窗户大部分朝南. 冬至正午太阳高度最小，在寒冷的冬天，需要温暖的阳光射入；在夏天，夏至正午太阳高度最大，则要避免炙热的阳光射入，这两点正是安装遮阳篷需要考虑的. 如图，AB 是窗户的高度，BC 是遮阳篷的安装高度，CD 是遮阳篷的安装长度，设冬至正午时太阳光线与地面的夹角为 α，夏至正午时太阳光线与地面的夹角为 β, 窗户高度 $AB=h$. 为保证冬至正午太阳光刚好全部射入室内，夏至正午太阳光刚好不射入室内，则遮阳篷的安装高度 BC= ___ .

三. 解答题

共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

17. (12 分) 许多人认为大学新生在入学后体重会增加，某大学在 2020 年入学的新生中用随机抽样的方法抽取了 30 名大学生跟踪他 (她) 们的体重 (kg), 得到的数据如下：

男:

入学时体重 (kg)	70	54	84	77	75	80	65	60	85	65	74	72	58	82	69
1 年后的体重 (kg)	72	60	83	80	75	78	68	62	80	67	77	74	60	82	70

女:

入学时体重 (kg)	54	60	66	49	53	58	51	61	55	58	60	56	57	53	50
1 年后的体重 (kg)	57	63	58	51	54	60	54	59	57	60	62	58	58	56	50

(1) 根据上述资料，估计入学新生平均增加了多少体重；

(2) 如果体重的增加不少于 2 公斤，就说“变胖了”，能否在犯错误的概率不超过 0.1 的前提下认为“变胖了”与性别有关.

$$附: K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

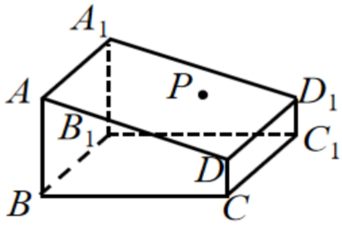
$P(K^2 \le k_0)$	0.50	0.40	0.10	0.010
k_0	0.455	0.708	2.706	6.635

18. (12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 已知 $a\sin A + b\sin C = b\sin B + c\sin C$.

(1) 求 A;

(2) 若 $a = 2\sqrt{3}$, $\angle B$ 与 $\angle C$ 的角平分线交于点 D, 求 $\triangle BCD$ 周长的取值范围.

19. (12 分) 如图, 在直棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AB//DC, AB\perp BC, AB=3DC=3, BC=6$, 点 P 在面 ADD_1A_1 上, 过点 P 和棱 BB_1 的平面把直棱柱分成体积相等的两部分.



19 题图

(1) 求截面与直棱柱的侧面 BCC_1B_1 所成角的正切值;

(2) 求棱 DD_1 到截面的距离.

20. (12 分) 已知动点 P 与定点 $F(1,0)$ 的距离和它到定直线 $l: x=4$ 的距离之比为 $\frac{1}{2}$, 记 P 的轨迹为曲线 C.

(1) 求曲线 C 的方程;

(2) 过点 $M(4,0)$ 的直线与曲线 C 交于 A,B 两点, R,Q 分别为曲线 C 与 x 轴的两个交点, 直线 AR,BQ 交于点 N, 求证: 点 N 在定直线上.

21. (12 分) 已知函数 $f(x)=(x-1)e^x-\frac{a}{2}x^2+e^2(a\in \mathrm{R})$.

(1) 讨论函数 $y=f(x)$ 的单调性;

(2) 若函数 $y=f(x)$ 有三个不同的零点, 求实数 a 的取值范围.

选考题：共 10 分。请考生在第 22，23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分，作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目涂黑。

22. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x=3\cos\theta-4 \\ y=\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 将 C_1 通过伸缩变换 $\begin{cases} x'=\frac{1}{2}x \\ y'=\frac{3}{2}y \end{cases}$ 后, 得到曲线 C_2.

(1) 求 C_2 的普通方程;

(2) 过点 $O(0,0)$ 作直线 l 交曲线 C_2 于 M,N 两点, $|MN|=1$, 以坐标原点为极点, 以 x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 求直线 l 的极坐标方程;