座位号________ 班级________ 学号________ 姓名________

请在所附答题纸上空出密封位置。并填写试卷序号、班级、学号和姓名

密　封　线

2020 年普通高等学校招生全国统一考试

数学 (理科) 试卷

本试卷共 6 页，满分 150 分, 考试用时 120 分钟.

注意事项:

1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚，将条形码准确粘贴在条形码区域内;
2. 选择题必须使用 2B 铅笔填土, 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写;
3. 请按照题号顺序在答题卡的答题区域内作答, 超出答题区域的答案无效;
4. 作图可先试用铅笔画出，确定后必须用黑色签字笔描黑;
5. 保持卡面清洁、不要折叠、弄破, 不准使用修正带、涂改液、刮纸刀.

第一部分　选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每个小题给出的四个选项中, 只有一个人符合题目要求

1. 设集合 $A=\{x\in R|x^2-5x+6>0\}, B=\{x\in R|x-1<0\}$, 则 $A\bigcap B=(\ )$.

A. $(-\infty,1)$.　B. $(-2,1)$.　C. $(-3,-1)$.　D. $(3,+\infty)$.

2. 设 $z=-3+2i$, 则复平面内 $\hat{z}$ 对应的点位于 ( ).

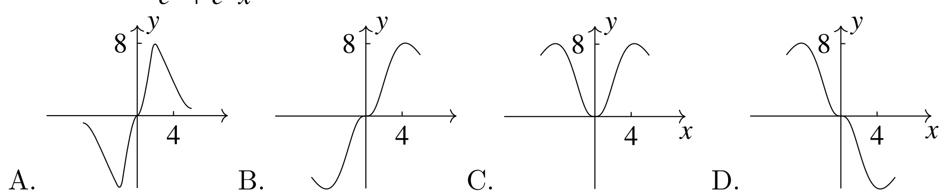
A. 第一象限.　B. 第二象限.

C. 第三象限.　D. 第四象限.

3. 已知 $a=\log_2 0.2, b=2^{0.2}, c=0.2^{0.3}$, 则 ( ).

A. $a<b<c$.　B. $a<c<b$.　C. $c<a<b$.　D. $b<c<a$.

4. 函数 $f(x)=\dfrac{2x^3}{e^x+e^-x}$ 在 $[-6,6]$ 的图像大致为 ( )



5. 设 $\{a_n\}$, 为等差数列，已知 $S_4=0, a_5=5$, 则 ( ).

A. $a_n=2n-5$.　B. $a_n=3n-10$.

C. $S_n=2n^2-8n$.　D. $S_n=\dfrac{1}{2}n^2-2n$.

6. 设 $f(x)$ 为奇函数, 且当 $x\geq 0$ 时，$f(x)=e^x-1$, 则 d 当 $x<0$ 时，$f(x)=$ ( )

A. $e^{-x}-1$　B. $e^{-x}+1$

C. $-e^{-x}-1$　D. $-e^{-x}+1$

7. 设 α,β 是两个平面，则 $\alpha\parallel\beta$ 的充要条件是 ( ).

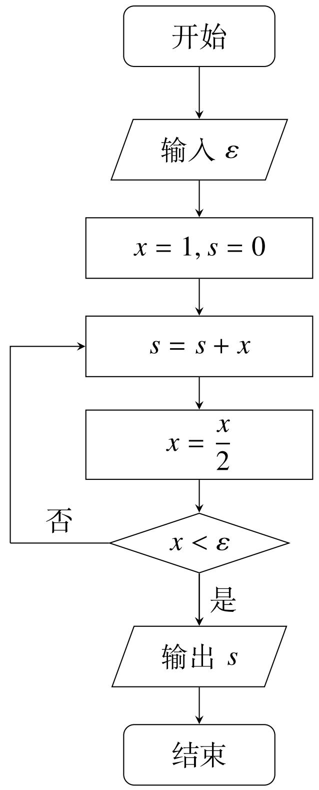
A. α 内有无数条直线与平面 β 平行.　B. α 内有两条相交直线与平面 β 平行.

C. α,β 平行于同一条直线.　D. α,β 垂直于同一个平面.

8. 若 $x_1=\dfrac{\pi}{4}, x_2=\dfrac{3\pi}{4}$ 是 $f(x)=\sin\omega x(\omega>0)$ 两个相邻的极值点，则 $\omega=(\ )$.

A. 2.　B. $\dfrac{3}{2}$.　C. 1.　D. $\dfrac{1}{2}$.

9. 执行如图所示的程序框图，如果输入的 $\varepsilon=0.01$, 则输出的 s 的值等于 ( ).



A. $2-\dfrac{1}{2^4}$.　B. $2-\dfrac{1}{2^5}$.　C. $2-\dfrac{1}{2^6}$.　D. $2-\dfrac{1}{2^7}$.

10. 若抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点是椭圆 $\dfrac{x^2}{3p}+\dfrac{y^2}{p}=1$ 的一个焦点，则 $p=(\ )$.

A. 2.　B. 3.　C. 4.　D. 8.

11. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的四个顶点在球 O 的球面上,$PA=PB=PC$,$\triangle ABC$ 是边长为 2 的正三角形，E,F 分别是 PA,PB 的中点，$\angle CEF=90°$, 则球 O 的体积为 ( ).

A. $8\sqrt{6}\pi$.　B. $4\sqrt{6}\pi$.　C. $2\sqrt{6}\pi$.　D. $\sqrt{6}\pi$.

12. 已知 $a\in R$, 设函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-2ax+2a, x\leq 1;\\ x-a\ln x, \quad x>1;\end{cases}$ 若关于 x 的不等式 $f(x)\geq 0$ 在 R 上恒成立，则 a 的取值范围为 ( ).

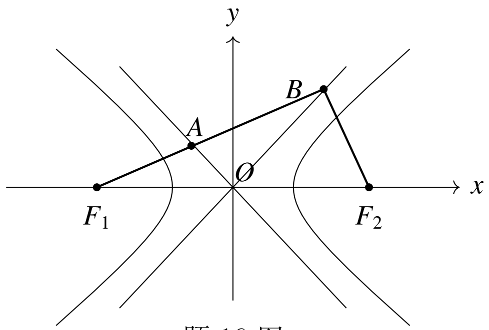
A. [0,1].　B. [0,2].　C. [0,e].　D. [1,e].

第二部分 填空题: 本部分共 4 道小题, 每个小题 5 分, 共 20 分)

13. 若变量 x,y 满足约束条件 $f(x)=\begin{cases}2x+3y-6\geq 0;\\ x+y-3\leq 0;\\ y-2\leq 0;\end{cases}$ 则 $z=3x-y$ 的最大值是______.

14. 二次项式 $(x+\dfrac{1}{2\sqrt{x}})^8$ 展开式中 x^5 的系数为 ________.

15. $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c, 若 $b=6,a=2c,\angle B=60^\circ$ 则 $\triangle ABC$ 的面积为________



题 16 图

16. 如上图，已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$ 的左右焦点分别为 F_1,F_2，过 F_1 的直线与双曲线 C 的渐近线相交于 A,B 两点，$\overrightarrow{F_1A}=\overrightarrow{AB},\overrightarrow{F_1A}\cdot\overrightarrow{F_2B}=0$ 则双曲线 C 的离心率为________.

第三部分 解答题: 共 70 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17 ~ 21 题为必考题, 每个考生都必须作答; 第 22 ~ 24 题为选考题, 考生根据要求作答 (每题 7 分, 共 21 分)

(一) 必考题 (共 60 分)

17. (本题满分 10 分，第一小题满分 4 分，第二小题满 6 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足 $a_1=1,b_1=0,4a_{n+1}=3a_n-b_n+4,4b_{n+1}=3b_n-a_n-4$.

(1) 证明:$\{a_n+b_n\}$ 是等比数列,$\{a_n-b_n\}$ 是等差数列.

(2) 求 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式.

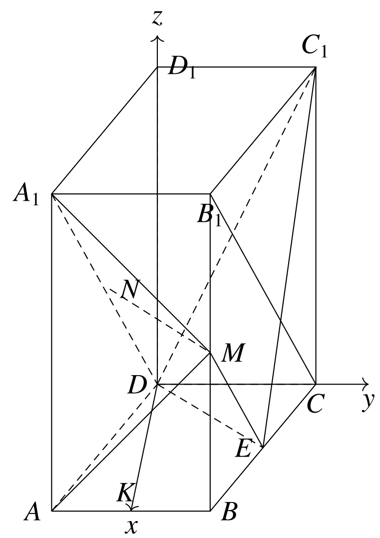
18. (本题满分 12 分，第一小题满分 3 分，第二小题满 4 分, 第三小题满 5 分)

如图 1, 直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是菱形,$AA_1=4,AB=2,\angle BAD=60^\circ$, E,M,N 分别是 BC,BB_1,A_1D 的中点.

(1) 证明:$MN//$ 平面 C_1DE.

(2) 求二面角 $A-MA_1-N$ 的正弦值.

(3) 求点 C 到平面 C_1DE 的距离.



19. (本题满分 12 分，第一小题满分 6 分，第二小题满 6 分)

某商场为提高服务质量，随机调查了 50 名男顾客和 50 名女顾客，每位顾客对该商场的服务给出满意或者不满意的评价，得到下面列联表:

	满意	不满意
男顾客	40	10
女顾客	30	20

(1) 分别估计男，女对该商场服务满意的概率.

2) 能否有 95% 的把我认为男，女顾客对该商场的服务的评价有差异.

附: $K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2>=k)$	0.050	0.010	0.001
k	40	6.635	10.828

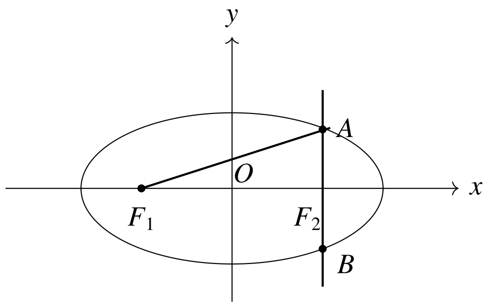
20. (本题满分 12 分，第一小题满分 3 分，第二小题满 4 分，第三小题满分 5 分)

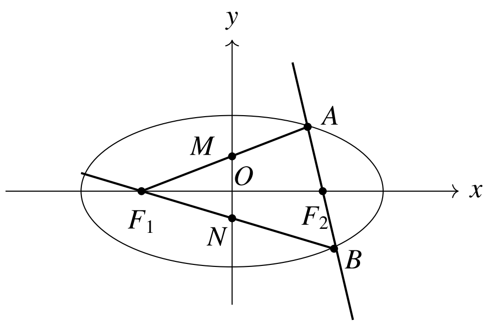
已知椭圆在 $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$, 分别为 F_1,F_2 为椭圆左右焦点，直线 l 过定点 F_2 且交椭圆与 A,B 两点.

(1) 当 AB 垂直于 x 轴时, 求 $|\overrightarrow{AB}|$.

(2) 如果 $\angle F_1AB=90°$, 且 A 在 x 轴上方，求 A,B 两点的坐标.

(3) 直线 AF_1 交 y 轴于 M, 直线 BF_1 交 y 轴于 N, 问：是否存在直线 l, 使得 $S_{\triangle F_1AB}=S_{\triangle F_1MN}$, 若存在，求出直线 l, 若不存在，请说明理由.





21. (本题满分 12 分，第一小题满分 6 分，第二小题满 6 分)

设定义在 R 上的函数 $f(x)=e^x-ax^2$.

(1) 若 a=1, 证明: 当 $x\geq 0$ 时,$f(x)\geq 1$.

(2) 若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上只有一个零点, 求 a 的值.

（二）**选考题：共 10 分，请考生在第 22 ~ 24 中任选一道题作答，如果考生多做，则按给出解答的第一题计分**.

22. **[选修 4-2: 矩阵与变换]**

已知矩阵 $A=\begin{pmatrix}3 & 1\\ 2 & 2\end{pmatrix}$.

(1) 求 A^2.

(2) 求矩阵 A 的特征值.

23. **[选修 4-4: 参数坐标系]**

在直角坐标系 $\{x0y\}$ 中, 曲线 C 的参数方程为: $\begin{cases}x=5+2cos\theta,\\ y=3+sin\theta,\end{cases}$ (θ 为参数), 以 0 为极点,0x 引出的射线作为极轴, 极坐标中直线 l 的极坐标方程为:$3\rho\cos\alpha+2\rho\sin\alpha+6=0$($\alpha$ 为参数,ρ 为极径.)

(1) 分别求曲线 C 和直线 l : 在直角坐标系下的方程.

(2) 设动点 P 在曲线 C 上, 求 P 到直线 l : 距离的取值范围.

24. **[选修 4-5: 不等式选讲]**

设 $x,y,z\in R$, 且 $x+y+z=1$.

(1) 求 $(x-1)^2+(y+1)^2+(z+1)^2$ 的最小值.

(2) 若 $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-a)^2\geq\frac{1}{3}$ 成立, 证明:$a\leq -3$ 或 $a\geq -1$.