

韶关学院 2024-2025 学年 第一 学期

数学与统计学院《数学分析 1》结课考试试卷 (A 卷)

年级 _____ 专业 _____ 班级 _____ 学号 _____ 姓名 _____

注: 1. 考试时间共 120 分钟, 总分 100 分.

2. 试卷适用专业: 数学与应用数学、信息与计算科学.

题号	一	二	三	四	五	总分	签名
得分							

一	得分	阅卷人

一、填空题 (共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

1. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$ 若 $f(x)$ 在点 $x = 0$ 处连续, 则 a 的取值应

为 _____ .

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}) =$ _____ .

3. 曲线 $y = \ln(1+x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程是 _____ .

4. 函数 $y = \sin x$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 上满足拉格朗日中值定理公式中的 ξ 应为 _____ .

5. 函数 $y = \ln(x^2 + 1)$ 在区间 $[-1, 2]$ 上的最大值是 _____ .

装订线

二	得分	阅卷人

二、单选题 (共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

1. 函数 $y = \frac{\ln(2+x)}{x}$ 的定义域为 ().

- (A) $x \neq 0$ 且 $x \neq -2$ (B) $x > 0$
(C) $x > -2$ (D) $x > -2$ 且 $x \neq 0$

2. 函数 $y = f(x)$ 在点 $x = x_0$ 处左、右极限都存在并相等是它在该处有极限的 ().

- (A) 必要条件 (B) 充分条件 (C) 充要条件 (D) 无关条件

3. 函数 $f(x) = \frac{\sin x}{x} + \frac{e^{\frac{1}{2x}}}{1-x}$ 的间断点个数为 ().

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

4. 设 $f'(x) = \ln \cos x$, 则 $f''(x) = ().$

- (A) $\tan x$ (B) $-\tan x$ (C) $\cot x$ (D) $-\cot x$

5. 已知 $f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x+1}$, 则 $df(x) = ().$

- (A) $\frac{1}{(x+1)^2}dx$ (B) $-\frac{1}{(x+1)^2}dx$

- (C) $\frac{x}{(x+1)^2}dx$ (D) $-\frac{x}{(x+1)^2}dx$

6. 设 $x_n \leq a \leq y_n$, 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} (y_n - x_n) = 0$, 则 $\{y_n\}$ 与 $\{x_n\}$ ().

- (A) 都收敛于 a (B) 都收敛但不一定收敛于 a
(C) 可能收敛也可能发散 (D) 都发散

三	得分	阅卷人

三、定义题 (共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

1. 请简述函数 f 当 x 趋于 x_0 时以 A 为极限的 $\varepsilon - \delta$ 定义.

2. 请简述罗尔 (Rolle) 中值定理.

装订线

四	得分	阅卷人

四、证明题 (共 2 小题, 每小题 10 分, 共 20 分)

1. 若数列 $\{a_n\}$ 存在常数 M , 对一切 n 有

$$A_n = |a_2 - a_1| + |a_3 - a_2| + \cdots + |a_n - a_{n-1}| \leq M,$$

证明: (1) $\{A_n\}$ 为收敛数列; (2) $\{a_n\}$ 为收敛数列.

2. 若方程 $f(x) = a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x = 0$ 有一正数根 x_0 , 证明方程 $4a_0x^3 + 3a_1x^2 + 2a_2x + a_3 = 0$ 至少有一小于 x_0 的正根.

3. 设函数 f 在 \mathbf{R} 内满足方程 $xf''(x) + 3x[f'(x)]^2 = 1 - e^{-x}$, 如果 f 在 $x = 0$ 处有极值, $x = 0$ 是极大值点还是极小值点?