

ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ THÁNG 12

Toán 12 - Thời gian: 90 phút

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Cho A và B là hai biến cố của một phép thử. Khi đó ta có:

A. $P(AB) = P(A).P(B|A)$.

B. $P(AB) = P(A).P(P|B)$.

C. $P(B|A) = P(A).P(AB)$.

D. $P(B|A) = P(B).P(AB)$.

Câu 2: Số nghiệm của phương trình $e^{\ln x} = 2x + 3$ là:

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 3: Hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$

A. có đạo hàm nhỏ hơn 0 trên $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.

B. đồng biến trên từng khoảng xác định.

C. đồng biến trên cả tập xác định.

D. có đồ thị là đường parabol.

Câu 4: Trong không gian Oxyz, tập hợp các điểm thuộc tia Ox có toạ độ thoả mãn phương trình nào dưới đây, biết tham số thực t ?

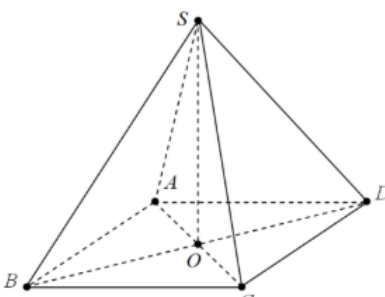
A. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = t^2 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t^2 \end{cases}$.

Câu 5: Cho hình chóp đều S ABCD . có tâm của đáy là O. Đáp án cho nhận xét **sai** là:



A. $|\vec{SA} + \vec{SC}| = 2SO$.

B. $|\vec{SB} + \vec{SD}| = 2SO$.

C. $|\vec{SA} - \vec{SB}| = |\vec{SC} - \vec{SD}|$.

D. $|\vec{AB} + \vec{SC}| = 2SO$.

Câu 6: Tập giá trị của hàm số $y = e^{x^3-2x+1}$

A. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $\mathbb{R}$.

D. $(e; +\infty)$.

Câu 7: Với hai số thực dương tùy ý a và b thì $\log(a^3b^4)$ bằng

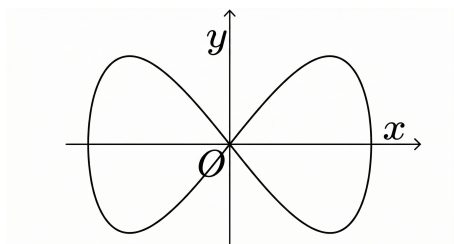
A. $12 \log a \log b$.

B. $4 \log a + 3 \log b$.

C. $12 + \log a + \log b$.

D. $3 \log a + 4 \log b$.

Câu 8: Trong công viên Toán học có những mảnh đất hình dáng khác nhau. Mỗi mảnh trông một loài hoa và nó được tạo bởi một trong những đường cong đẹp trong toán học. Ở đó có một mảnh đất tên Bernoulli, nó được tạo từ đường Lemniscate có phương trình trong hệ tọa độ Oxy là $16y^2 = x^2(25 - x^2)$



A. $\frac{125}{6}(m^2)$.

B. $\frac{125}{4}(m^2)$.

C. $\frac{250}{3}(m^2)$.

D. $\frac{125}{8}(m^2)$.

Câu 9: Trong không gian Oxyz, gọi d là đường thẳng đi qua O, thuộc mặt phẳng (Oxyz) và cách điểm $M(1;-2;1)$ một khoảng nhỏ nhất. Cosin của góc giữa d và trục tung bằng

A. $\frac{2}{5}$.

B. $\frac{1}{5}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

D. $\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 10: Cho đa thức bậc bốn $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x = 1$ và $x = 2$. Biết $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + f'(x)}{2x} = 2$. Tính $\int_0^1 f'(x) dx$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{3}{4}$.

D. 1.

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\frac{3a^3}{8}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 12: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, chọn ngẫu nhiên một điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên có trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 5, các điểm có xác suất được chọn như nhau. Xác suất để chọn được một điểm mà khoảng cách từ điểm được chọn đến gốc tọa độ nhỏ hơn hoặc bằng 3.

A. $\frac{36}{121}$.

B. $\frac{13}{81}$.

C. $\frac{15}{81}$.

D. $\frac{29}{121}$.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Một nhà máy có ba máy I, II và III cùng sản xuất một loại bánh quy. Máy I sản xuất 25 % số bánh, số còn lại do máy III sản xuất. Trong số bánh sản xuất, 2 % bánh của máy I bị vỡ, 3 % bánh của máy II bị vỡ và 5 % bánh của máy III bị vỡ. Chọn ngẫu nhiên một chiếc bánh của nhà máy.

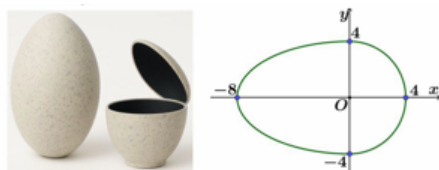
a) Xác suất để có chiếc bánh được sản xuất từ máy I và không bị vỡ là 24,5 %.

b) Xác suất để chiếc bánh bị vỡ là 3,35 %.

c) Nếu một chiếc bánh bị vỡ, xác suất nó được sản xuất từ máy III nhỏ hơn 44 %.

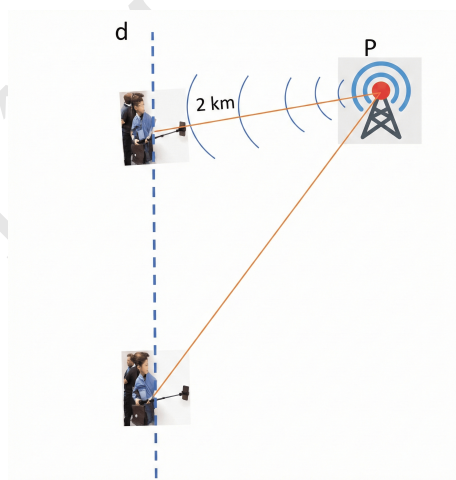
d) Nếu một chiếc bánh không bị vỡ, xác suất nó được sản xuất từ máy II cao hơn 50 %.

Câu 2: Một nhà sản xuất muốn thiết kế một hộp đựng kẹo dạng hình tròn xoay gồm hai phần: Phần thứ nhất được tạo thành khi quay "nửa" hình elip quanh một trục; phần thứ hai là nửa hình cầu có bán kính bằng 4 cm. Nếu xét trong hệ trục tọa độ Oxy, đơn vị trên trục là cm thì "nửa" hình elip quay quanh trục Ox để tạo hình phần thứ nhất có phương trình là $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} = 1$ với $-8 \leq x \leq 0$ (xem hình minh họa).



- a) Thể tích của phần không gian "chứa" trong phần thứ (nửa khối cầu) bằng $\frac{32}{2}\pi(\text{cm}^3)$.
- b) Đường thuộc góc phần tư thứ hai trong hệ trục Oxy là đồ thị của hàm số $\sqrt{16 - \frac{x^2}{4}}$, $-8 \leq x \leq 0$.
- c) Thể tích của phần không gian "chứa" trong phần thứ nhất được tính bởi công thức $V = \pi \int_{-8}^8 \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}} dx (\text{cm}^3)$.
- Thể tích phần không gian bên trong của hộp đựng kẹo cần thiết kế là $24\pi(\text{cm}^3)$.

Câu 3: Một máy phát tín hiệu P được đặt cố định ở một địa điểm và ta có thể nhận được tín hiệu của máy phát này trong phạm vi của một mặt cầu với bán kính R của nó. Một người cầm máy dò tín hiệu A chuyển động trên đường thẳng d (như hình vẽ)



Máy dò tín hiệu A có thể nhận được tín hiệu trong phạm vi của mặt cầu với bán kính $R = 2$ km. Nếu chọn điểm đặt máy phát tín hiệu P là góc tọa độ O của hệ trục tọa độ Oxyz, thì máy dò A di chuyển theo đường

thẳng có phương trình
$$\begin{cases} x = 5 - t \\ y = 5 - t \\ z = 7 - 2t \end{cases} \quad (\text{trong đó } t \text{ là thời gian chuyển động}).$$

- a) Tại thời điểm $t = 1(\text{h})$ máy dò tín hiệu A ở vị trí có tọa độ $(4; 4; 5)$.
- b) Tại thời điểm $t = 2(\text{h})$ máy dò tín hiệu A không nhận được tín hiệu từ máy phát P.

- c) Máy dò tín hiệu A gần máy phát tín hiệu P nhất lúc 3,5 (h).
d) Khi máy dò A di chuyển trong phạm vi phát tín hiệu của máy phát P, quãng đường dài nhất mà máy dò A di chuyển được là 3(km).

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 2 \sin 2x + 2x - 5$.

- a) $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) - f(0) = \frac{3\pi}{2}$.
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -4 \cos 2x + 2$.
c) Trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$, phương trình $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$ là $3\pi - 5$.

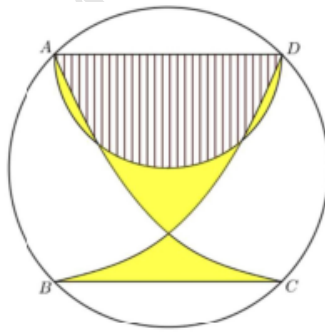
PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Một tấm huy chương vàng kỷ niệm được thiết kế độc đáo với mặt trước là một tác phẩm nghệ thuật tinh xảo. Huy chương có dạng hình tròn bán kính $2\sqrt{2}$ cm. Điểm nhấn của mặt trước tấm huy chương là hình ảnh chiếc cúp vô địch được tạo thành từ hai đường parabol, một parabol có đỉnh B đi qua điểm D, một parabol có đỉnh C đi qua điểm A và một nửa đường tròn có đường kính AD, biết rằng ABCD là hình vuông cạnh 4cm. Để làm nổi bật giá trị và vẻ đẹp của chiếc cúp, người thợ kim hoàn đã sử dụng ba loại vàng khác nhau để trang trí lên mặt trước của chiếc huy chương

Vàng 24K được dát ở phần gạch sọc tinh tế với giá 500 000 đồng/ cm^2 ,

Vàng 18K được dát lên phần còn lại của chiếc cúp (phần tô màu) với giá 400 000 đồng/ cm^2 ,

Vàng 12K được dát lên phần còn lại của bề mặt trước huy chương với giá 300 000 đồng/ cm^2 .



ĐÁP SỐ:.....

Câu 2: Một chiếc cổng hình Parabol có chiều cao 9 m, khoảng cách giữa hai chân cổng là 6 m. Để vận chuyển thùng hàng hình hộp chữ nhật qua cổng, người ta dùng một xe kéo có chiều cao 1 m. Biết rằng mặt cắt của thùng hàng qua cổng là hình chữ nhật, hỏi diện tích hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu m^2 để xe chở thùng hàng có thể đi qua được cổng? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

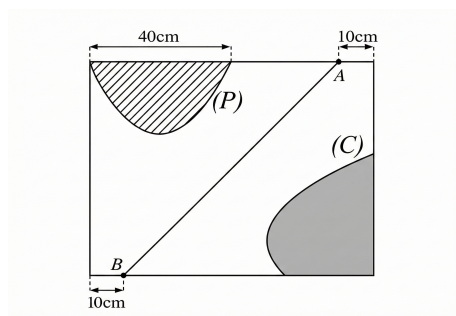
ĐÁP SỐ:.....

Câu 3: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm A(4; 0; 0), B(-4; 0; 0) và C(0; 6; 1). Gọi M là một điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA + MB = 10$. Tìm giá trị nhỏ nhất của MC? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

ĐÁP SỐ:.....

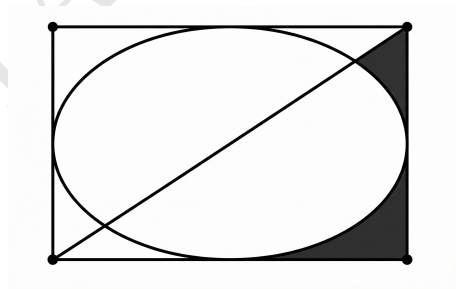
Câu 4: Trong không gian Oxyz, cho hai mặt phẳng $(\alpha): z - 1 = 0$ và $(\beta): x - 4 = 0$ và hai điểm $A(1;-2;2)$, $B(3;0;3)$. Gọi M và N lần lượt là hai điểm chạy trên (α) , (β) . Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của $T = AM + MN + NB$?
ĐÁP SỐ:.....

Câu 5: Để trang trí một ô hình chữ nhật với kích thước 80cm x 60cm trên tường căn phòng của mình, anh Bình đã tô màu 2 họa tiết giới hạn bởi các parabol (P), parabol (C) và các cạnh của ô hình chữ nhật bằng màu vàng (kí hiệu sọc nghiêng) và màu xanh (vùng tô đậm) (như hình vẽ). Biết rằng các parabol (P) và (C) đối xứng với nhau qua đường thẳng AB và diện tích phần màu vàng $\frac{1600}{3}(cm^2)$. Tính tổng số tiền (đơn vị: triệu đồng) mà anh Bình cần phải trả để mua sơn trang trí.



Biết mỗi lọ sơn, sơn được tối đa $30 cm^2$. Cho biết giá của một lọ sơn là 50 000 đồng. Giá của một lọ sơn xanh là 30 000 đồng (biết rằng mỗi lọ sơn là không được bán lẻ). **ĐÁP SỐ:**.....

Câu 6: Một mảnh vườn hình chữ nhật có chiều dài là 12m, chiều rộng là 8m, được chia thành các phần bởi một đường chéo và một đường Elip nội tiếp bên trong như hình vẽ. Hãy tính diện tích phần tô đậm (đơn vị m^2 , kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



ĐÁP SỐ:.....

PHẦN IV: ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN

Câu 1: Chọn A.

Lời giải chi tiết:

Sử dụng công thức Bayes: $P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)}$
 $\Leftrightarrow P(AB) = P(A).P(B|A)$

Câu 2: Chọn B.

Lời giải chi tiết:

Điều kiện: $x > 0$.

Phương trình tương đương

$x = 2x + 3 \Leftrightarrow x = -3$ (Loại). Vậy phương trình vô nghiệm.

Câu 3: Chọn A.

Lời giải chi tiết:

Điều kiện: $x \neq -1$

Ta có: $y = \frac{x+2}{x-1}$, sau đó đạo hàm hàm số thì ta được: $y' = \frac{-3}{x-1}$

Ta có Bảng Biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'		-	-
y	1 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 1

Câu 4: chọn A

Lời giải chi tiết:

Ta có: mọi điểm $\in$ tia Ox có dạng: $A(t, 0, 0)$;

Từ đó ta có được tập hợp các điểm thuộc tia Ox là: $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$.

Câu 5: Chọn D

Lời giải chi tiết:

Ta có: $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{SC}| = |\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{SC}| = |\overrightarrow{2IC}|$ (Với I là trung điểm của SD).
 Nên $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{SC}| \neq 2SO$.

Câu 6: Chọn B**Lời giải chi tiết:**

Để thấy: $y = x^3 - 2x + 1$ có tập giá trị là R
 Từ đó ta có được BBT như sau:

x	$-\infty$	$-\frac{\sqrt{6}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y						

$0 \nearrow e^{1+\frac{4\sqrt{6}}{9}} \searrow e^{1-\frac{4\sqrt{6}}{9}} \nearrow +\infty$

Câu 7: Chọn D)**Lời giải chi tiết:**

Ta có: $\log(a^3b^4)$
 $\Leftrightarrow \log(a^3) + \log(b^4)$
 $\Leftrightarrow 3\log(a) + 4\log(b)$

Câu 8: Chọn A**Lời giải chi tiết:**

Để y có thể tồn tại, điều kiện: $x^2(25 - x^2) \geq 0$
 $\Leftrightarrow 25 - x^2 \geq 0$
 $\Leftrightarrow -5 \leq x \leq 5$.

Từ phương trình, ta có:

$$y^2 = \frac{x^2(25 - x^2)}{16}$$

$$\Leftrightarrow y = \pm \frac{|x|\sqrt{25 - x^2}}{4}$$

Do tính chất đối xứng, ta chỉ cần tính diện tích của một vòng lặp (ví dụ bên phải, nơi x chạy từ 0 đến 5) rồi nhân đôi nếu cần.

Diện tích của một vòng lặp (phần bên phải) là:

$$S_1 = \int_0^5 (y_1 - y_2) dx = \int_0^5 \left(\frac{x\sqrt{25-x^2}}{4} - \left(-\frac{x(\sqrt{25-x^2})}{4} \right) \right) dx$$

$$S_1 = \int_0^5 \frac{x\sqrt{25-x^2}}{2} dx = \frac{1}{2} \int_0^5 x(\sqrt{25-x^2}) dx$$

$$= \frac{125}{6} (m^2)$$

Câu 9: Chọn D

Lời giải chi tiết:

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của M trên mặt phẳng (Oyz) và trên đường thẳng d. Ta có $d(M, d) = MK \geq MH = 1$, $H(0; -2; 1)$.

Suy ra $d(M, d)$ nhỏ nhất khi $K = H$. Khi đó d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{OH} = (0; -2; 1)$.

$$\cos d, Oy = \frac{|\overrightarrow{OH} \cdot \vec{j}|}{|\overrightarrow{OH}| \cdot |\vec{j}|}$$

Câu 10: Chọn B

Lời giải chi tiết:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + f'(x)}{2x} = 2$$

$$\Leftrightarrow 1 + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{2x} = 2$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{2x} = 1$$

Vậy để tồn tại giới hạn khi $x \rightarrow 0$ thì $f'(0) = 0$

Vì $f'(x)$ là hàm số bậc ba có dạng: $kx(x-1)(x-2)$.

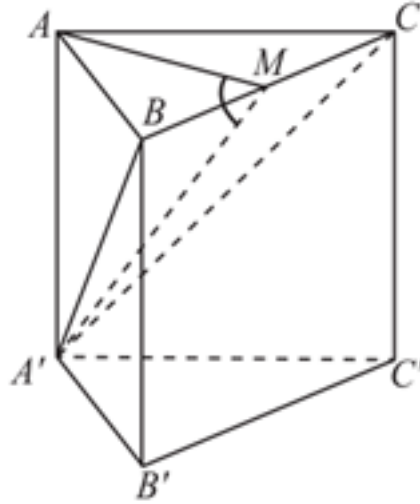
$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{kx(x-1)(x-2)}{2x} = 1$$

$$\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{k(x-1)(x-2)}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow k = 1.$$

$$\Rightarrow f'(x) = x(x-1)(x-2)$$

$$\Rightarrow \int_0^1 f'(x) dx = \frac{1}{4}$$



Câu 11: Chọn A

Lời giải chi tiết:

- Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM \perp BC$ và $A'M \perp BC$ (tam giác $A'BC$ cân).
- Mà $(A'BC) \cap (ABC) = BC$ nên góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng góc giữa AM và $A'M$ hay $\widehat{A'MA} = 45^\circ$.
- Tam giác ABC đều cạnh a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- Tam giác AMA' có $\widehat{A} = 90^\circ$, $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $\widehat{A'MA} = 45^\circ$ nên $AA' = AM \tan 45^\circ = AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.
- Thể tích khối lăng trụ: $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{3a^3}{8}$.

Câu 12: Chọn D

Lời giải chi tiết:

Số điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên có trị tuyệt đối nhỏ hơn hoặc bằng 5 là $|x|, |y| \leq 5 = 11.11 = 121$. Các cặp (x, y) nguyên thỏa mãn:

$x = 0 \Rightarrow y \in \{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3\}$ (7 điểm).

$x = \pm 1 \Rightarrow y^2 \leq 8 \Rightarrow y \in \{0, \pm 1, \pm 2\}$ ($2 \times 5 = 10$ điểm).

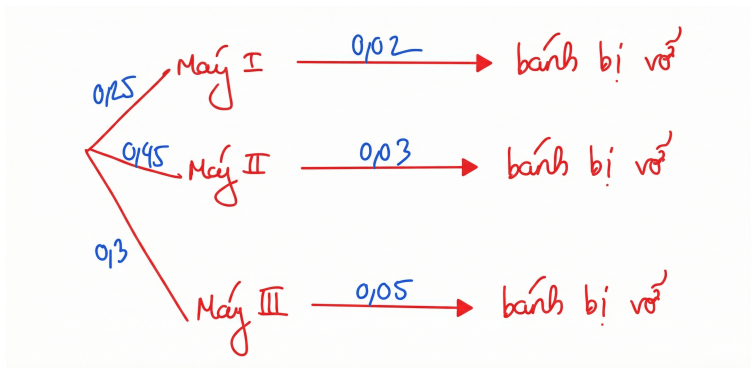
$x = \pm 2 \Rightarrow y^2 \leq 5 \Rightarrow y \in \{0, \pm 1, \pm 2\}$ ($2 \times 5 = 10$ điểm).

$x = \pm 3 \Rightarrow y^2 \leq 0 \Rightarrow y = 0$ ($2 \times 1 = 2$ điểm).

Vậy tổng là $7 + 10 + 10 + 2 = 29$ điểm. Xác suất $P = \frac{29}{121}$.

PHẦN II: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Lời giải chi tiết:



a) Đ

$$P(A) = 0,25 \cdot (1 - 0,02) = 0,245$$

b) Đ

$$P(B) = 0,25 \cdot 0,02 + 0,45 \cdot 0,04 + 0,3 \cdot 0,05 = 0,0325$$

c) S

$$P(C) = \frac{0,3 \cdot 0,05}{0,0335} = 44,8\%$$

d) S

$$P(D) = \frac{0,45 \cdot (1 - 0,03)}{1 - 0,0335} = 45,2\%$$

Câu 2: Lời giải chi tiết:

Hộp kẹo gồm nửa Elip quay quanh Ox và nửa hình cầu bán kính $R = 48$. Phương trình Elip: $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{16} =$

$$1 \Rightarrow y^2 = 16\left(1 - \frac{x^2}{64}\right) = 16 - \frac{x^2}{4} \cdot 9.$$

a) S

$$\text{Thể tích nửa khối cầu là } V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{2}{3} \pi (4^3) = \frac{128}{3} \pi \text{ cm}^3.$$

b) Đ

$$\text{Từ } y^2 = 16 - \frac{x^2}{4}$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}} \text{ với } -8 \leq x \leq 0 \text{ là đồ thị nửa trên elip thuộc góc phần thứ hai.}$$

c) S

$$\text{Công thức tính thể tích vật thể tròn xoay là } V = \pi \int_b^a [f(x)]^2 dx$$

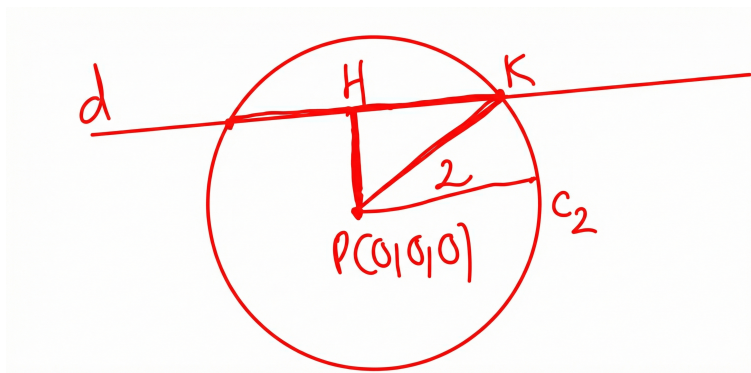
$$\text{Ta có: } y = \sqrt{16 - \frac{x^2}{4}}$$

$$\text{Từ đó ta có: } V = \pi \int_b^a 16 - \frac{x^2}{4} dx$$

d) S

Để tính được $V = V_1 + V_2 = \frac{256}{3}\pi + \frac{128}{3}\pi = 128\pi$

Câu 3: Lời giải chi tiết:



a) Đ

Thay $t = 1$ vào phương trình, ta được $x = 1, y = 4, z = 5$. Tọa độ là $(4; 4; 5)$.

b) Đ

Thay $t = 1$, ta được $A(3; 3; 3)$

$$PA = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} = 3\sqrt{3} > 2.$$

c) S

Ta có $A \in d \Leftrightarrow A(5 - a; 5 - a; 7 - 2a)$

$$\overrightarrow{PA} \cdot \vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow 5 - a + 5 - a + 2(7 - 2a) = 0 \Leftrightarrow a = 4.$$

d) S

Từ câu c) Ta được $H(1; 1; -1)$. $l_{\max} = 2HK = 2\sqrt{PK^2 + PH^2} = 2\sqrt{R^2 - PH^2} = 2\sqrt{4 - 3} = 2$

Câu 4: Lời giải chi tiết:

a) S

$$f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 2 \cdot \sin(3\pi) + 2 \cdot \frac{3\pi}{2} - 5 = 3\pi - 5$$

$$f(0) = 2 \cdot \sin(0) + 2 \cdot 0 - 5 = -5$$

$$\Leftrightarrow f\left(\frac{3\pi}{2}\right) - f(0) = 3\pi$$

b) S

$$f'(x) = 4 \cos 2x + 2.$$

c) Đ

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{-1}{2}. \text{ Trong đoạn } \left[0, \frac{3\pi}{2}\right], \text{ phương trình có nghiệm } x = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}. \text{ Vậy có 3 nghiệm.}$$

d) S

Ta so sánh các giá trị tại 2 biên trái và phải, và giá trị của 3 cực trị đã tìm được ở câu c).

$$f(0) = -5.$$

$$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1, 17.$$

$$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -2, 54.$$

$$f\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 5, 11.$$

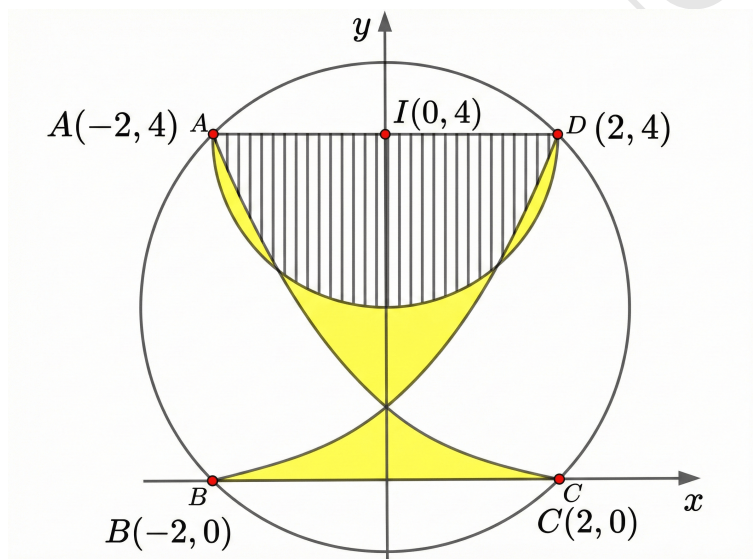
$$f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 4, 42.$$

$$\text{Vậy } \max f(x) = f\left(\frac{4\pi}{3}\right) = 5, 11.$$

PHẦN III: TRẮC NGHIỆM TRA LỜI NGẮN

Câu 1: ĐÁP ÁN: 8,97

Lời giải chi tiết:



Ta có phương trình nửa đường tròn (C) là: $y = 4 - \sqrt{4 - x^2}$. Ta có phương trình $(P_1) : y = a(x + 2)^2$ qua $D(2; 4)$. Vậy $a = \frac{1}{4} \Rightarrow (P_1) : y = \frac{1}{4}(x + 2)^2$.

Xét PTHĐGD: $4 - \sqrt{4 - x^2} = \frac{1}{4}(x + 2)^2 \Rightarrow x_0 = 1, 019$. Lưu vào A.

Vì S_1 gạch sọc đối xứng nhau qua trục Oy nên ta chỉ cần xét 1 bên:

$$\frac{1}{2}S_1 = \int_0^A (4 - (4 - \sqrt{4 - x^2}))dx + \int_A^0 (4 - \frac{1}{4}(x + 2)^2)dx = 2, 8297. \text{ Lưu vào B.}$$

Tương tự với S_2 là phần diện tích vàng, ta có:

$$\frac{1}{2}S_2 = \int_0^2 |4 - \sqrt{4 - x^2} - \frac{1}{4}(x + 2)^2|dx + \int_{-2}^0 \frac{1}{4}(x + 2)^2dx = 1, 482. \text{ Lưu vào C.}$$

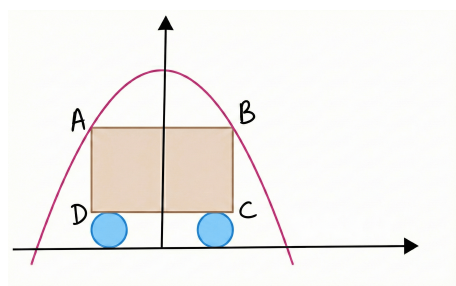
S_3 là phần diện tích màu trắng, có:

$$\frac{1}{2}S_3 = \frac{1}{2}\pi(2\sqrt{2})^2 - B - C = 8, 2545. \text{ Lưu vào D.}$$

Tổng chi phí là $0,5.2B + 0,4.2C + 0,3.2D = 8,97$ (triệu đồng).

Câu 2: ĐÁP ÁN: 17,4

Lời giải chi tiết:



Dễ tìm được Parabol (P) : $y = -x^2 + 9$.

Ta gọi $B(b, 9 - b^2)$ là giao điểm giữa thùng hàng và Parabol (P).

Ta được $BC = 9 - b^2 - 1 = 8 - b^2$.

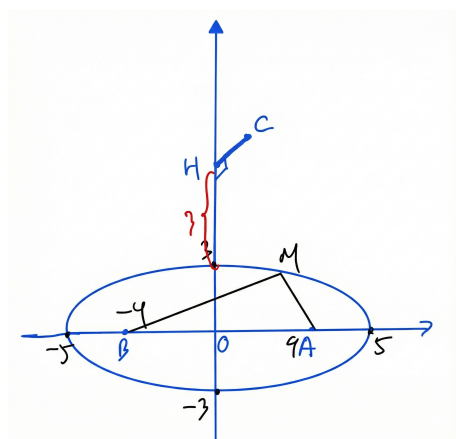
$S_{ABCD} = AB \cdot BC = 2x_B \cdot BC = 2b(8 - b^2)$ với $0 < b < 3$.

$f(b) = 16b - 2b^3$ có $f'(b) = 16 - 6b^2 \Rightarrow f'(b) = 0 \Leftrightarrow b = \sqrt{\frac{8}{3}} \in (0; 3)$.

$f(b) = 17,4$

Câu 3: ĐÁP ÁN: 3,16

Lời giải chi tiết:



Vì $MA + MB = 10$ trong (Oxy) nên M sẽ nằm trên hình Elip (C). $MA + MB = 2a = 10 \Rightarrow a = 5$.
 $AC = 2c = 8 \Rightarrow c = 4$.

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = 3.$$

Gọi H là hình chiếu của C trên (Oxy). $H(0; 6; 0)$.

$$\text{Ta có: } MC_{\min} = \sqrt{MH^2 + HC^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}.$$

Câu 4: ĐÁP ÁN: 5,74

Lời giải chi tiết:

Lấy A' sao cho AM = A'M và B' sao cho NB = NB'

$$A(1; -2; 0), B'(3; 0; 5) \text{ Ta có } T = AM + MN + NB = A'M + MN + N'B \geq A'B' = \sqrt{33}.$$

Câu 5: ĐÁP ÁN: 1,68

Lời giải chi tiết:

Ta có: (P) : $y = x^2 - 2x$ và (C) : $x = y^2 - 2y$ với B là góc tọa độ, ta có (P) đối xứng với (C) qua AB.

$$\text{Ta có: } S_P = \frac{4}{3}Rh = \frac{4}{3} \cdot 20 \cdot h = \frac{1600}{3} \Rightarrow h = 20.$$

$$(P) \text{ có đỉnh } (10, 40) \Leftrightarrow 60 = a(-10 - 10)^2 + 40 \Rightarrow a = \frac{1}{20}.$$

$$(P) : y = \frac{1}{20}(x - 10)^2 + 40.$$

$$\text{Vì (P) đối xứng với (C) nên (C) : } x = \frac{1}{20}(y - 10)^2 + 40.$$

$$\text{Với } x = 70 \text{ và } 0 < y_0 < 60, \text{ Ta tìm được } y_0 = 10 + 10\sqrt{6}.$$

$$\text{Diện tích phần tô màu là: } S_1 = \int_0^{10+10\sqrt{6}} (70 - \frac{1}{20}(y - 10)^2 - 40) dy = 773,23. \text{ Lưu vào B.}$$

$$\text{Số lọ màu vàng là: } \frac{1600/3}{30} + 1 = 18.$$

$$\text{Số lọ màu xanh là: } \frac{B}{30} + 1 = 26.$$

$$\text{Số tiền là: } 18,05 + 26,03 = 1,68 \text{ (triệu đồng).}$$

Câu 6: ĐÁP ÁN: 7,7

Lời giải chi tiết:

$$\text{Để tính đường chéo của hình elip là } y = \frac{4}{6}x, x \in (0; 6) \text{ t/m : } \frac{2}{3}x = 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{36}} \Rightarrow x = 3\sqrt{2}.$$

$$S_1 = \int_{3\sqrt{2}}^6 (\frac{2}{3}x - 4\sqrt{1 - \frac{x^2}{36}}) dx$$

$$S_2 = \int_0^6 (-4\sqrt{1 - \frac{x^2}{36}} - (-4)) dx$$

$$S = S_1 + S_2 = 7,7.$$